**תרגול 2**

**בעיית MAX/MIN**

1. **חיפוש איבר הגדול ביותר במערך (בסיבוכיות ובמספר פעולות השוואה מינימאליות)**

נתון מערך a של n איברים. יש למצוא את הערך המקסימאלי.

max = a[0];

for i=1 to n-1

if a[i] > max

max = a[i]

end-if

end-for

return max

**הוכחת נכונות של האלגוריתם.**

**טענה:** האלגוריתם עובד נכון עבור כל n .

הוכחה באינדוקציה לפי מספר איברי המערך:

בסיס אינדוקציה:. max = a[0] n=1 האלגוריתם עובד.

הנחת אינדוקציה: האלגוריתם עובד עבור n כלשהו

שלב אינדוקציה: צריך להוכיח את הטענה עבור n+1.

נסמן max(a[0],…,a[n]) ב max\_n -

max(a[0],…,a[n+1]) = max(max(a[0],…,a[n]), a[n+1])=max(max\_n, a[n+1])

לפי הנחת אינדוקציה max(a[0],…,a[n]) מחושב נכון. כאן יש להתבונן בשני מקרים:

1 ) max\_n ≥ a[n+1]

במקרה זה, max(max\_n, a[n+1]) = max\_n ו- max\_n-גדול מכל איברי המערך.

2 ) max\_n < a[n+1]

במקרה זה, max(max\_n, a[n+1])=a[n+1] ולכל איבר המערך מתקיים אי שוויון:

a[i] <= max\_n < a[n+1]- תכונת טרנזיטיביות של מספרים

מש"ל.

סיבוכיות האלגוריתםO(n) :

1. **חיפוש איבר מקסימאלי ומינימאלי במערך(בסיבוכיות ובמספר פעולות השוואה מינימאליות) – בעיית MAX-MIN**

עלינו יש להקטין את מספר ההשוואות.

**דרך 1 – נאיבי:**

max = a[0], comparisons = 0

for i=1 to n-1

comparisons++

if a[i] > max

max = a[i]

end-if

end-for

min = a[0];

for i=1 to n-1

comparisons++

if a[i] < min

min = a[i]

end-if

end-for

באלגוריתם זה מספר ההשוואות שווה ל- n-1+n-1 = 2n-2

סיבוכיות האלגוריתם O(n)

**דרך 2 – נאיבי עם לולאה אחת:**

max = min = a[0];

for i=1 to n-1

comparisons++

if a[i] > max

max = a[i]

else

comparisons++

if a[i] < min

min = a[i]

end-if

end-for

באלגוריתם זה מספר ההשוואות שווה ל- n-1+n-1 = 2n-2 במקרה הגרוע.

סיבוכיות האלגוריתם O(n)

**דרך 3 - נעבור על מערך בזוגות:**

בהשוואה בין שני איברים סמוכים a[i] לבין a[i+1] הגדול בינם הוא מועמד למקסימום והקטן הוא מועמד למינימום.

comparisons=1, min = a[0], max = a[1]

**if** arr[0]>a[1] then (min = a[1], max = a[0] )

**for** i=2 to n-1 step 2

comparisons++;

**if a [i]** **a[i+1]**

comparisons = comparisons + 2

**if** a[i] < min then min = a[i]

**if**(a[i+1] > max) then max = a[i+1]

**else** // a [i] < a[i+1]

comparisons = comparisons + 2

**if** a[i+1] < min then min = a[i+1]

**if** a[i] > max then max = a[i]

**end-if**

// if number of elements is odd, we check the last element

**if** (n%2!=0)

comparisons++;

**if** a[n-1] > max then max = a[arr.length-1]

**else**

comparisons++

**if** a[arr.length-1]<min) min = a[n-1]

**end-if**

**end-if**

**end-for**

באלגוריתם זה מספר ההשוואות שווה ל- 3∙𝑛/2=3𝑛/2

סיבוכיות האלגוריתם O(n)